

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Prof. Giovanni Masala – gennaio 2025



Domanda 1 (punti 3, 6).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{(x^2 - 1) \cdot \sqrt{x^2 - 4x}}{x + 3}$$

Dominio	$E = (-\infty, 0] \cup [4, +\infty) \setminus \{-3\}$
Positività	$P = (-3, -1) \cup (4, +\infty)$
Intersezioni	$A(-1; 0) \quad B(0; 0) \quad C(4; 0)$

Domanda 2 (punti 3, 6).**

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 7x + 2} - \sqrt{4x^2 + 3x + 5})$ e $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 \cdot e^{x^2-1} - 1}{x^4 + x}$

Soluzioni	$-5/2; \quad 4/3$
-----------	-------------------

Domanda 3 (punti 3, 6).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = x^2 - 8x + 4 \log(x - 1) + 7$

Derivata prima	$f' = \frac{2(x-2) \cdot (x-3)}{x-1} \quad E = (1, +\infty)$
Estremi	$M(2; -5) \quad m(3; 4 \log 2 - 8)$ cresce in $(1, 2) \cup (3, +\infty)$

Domanda 4 (punti 3, 6).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = e^x \cdot (x^2 - 4x + 2)$

Derivata prima	$f' = e^x \cdot (x^2 - 2x - 2) \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = e^x \cdot (x^2 - 4)$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-2; 14e^{-2}); F_2(2; -2e^2)$ convessa in $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

Domanda 5 (punti 2, 6).**

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{-5x^4 + 2x^3 - x^2 + 3x - 1}{x \cdot (x+2) \cdot (x-1)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 1\}$
As. verticali	$x = -2, \quad x = 0 \quad \text{e} \quad x = 1$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = -5x + 7$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_0^2 \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-4} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \cdot e^{-4x} dx$$

Integrale definito	primitiva: $x + 6\sqrt{x} + 24 \log \sqrt{x}-4 $ $2\left(3\sqrt{2}+1-12 \log 4+12 \log\left(4-\sqrt{2}\right)\right) \approx 0,015$
Integrale indefinito	$-\frac{1}{32}e^{-4x} \cdot (8x^2 + 4x + 1) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x + 4y + k \cdot z = 2 \\ -2x + y + 2z = -2 \\ 2x - y + k \cdot z = 3 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -8; -2$ incompatibile $k \neq -8; -2$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{9k+28}{k^2+10k+16}; y = -\frac{2(k^2+2k-4)}{k^2+10k+16}; z = \frac{1}{k+2}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = -x^2 + 4x \cdot y + 2x - 2y^2 - y + 1$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x + 2y = 1$.

Derivate parziali	$f_x = -2x + 4y + 2 \quad f_y = 4x - 4y - 1$
Estremi liberi	$S(-1/2; -3/4) \quad z = 7/8 \quad H = -8$
Estremi vincolati	$M(1/2; 0) \quad \lambda = 1/2 \quad z = 7/4$ $H = 56$

Domande teoriche.

- 1) Il teorema di Rolle con esempio e significato geometrico (punti 2, 4*)
- 2) Il teorema degli zeri per funzioni continue (punti 2, 4*)
- 3) Definizione di primitiva e integrale indefinito (punti 2, 4*)

*Punteggi solo II parte contrassegnati con * (solo I parte con **).*